Nota informativa del Departamento de Educación y Ciencias Básicas de la Facultad de Ciencias Exactas y Aplicadas

Abril – Junio 2023

NOTA INFORMATIVA

Dentro de las muchas actividades en las que participa dando vida institucional al ITM en su componente científico, el Departamento de Educación y Ciencias Básicas por medio de este boletín informativo, dará a conocer tres actividades puntuales de las tantas ejecutadas en el presente semestre. En la medida en que vayamos avanzando en el año académico 2023, iremos dando a conocer el desarrollo de otros campos de acción en las que, de manera directa, interviene nuestro departamento.

Número de cursos y estudiantes a los que se les hizo acompañamiento académico transversal en las áreas de Ciencias Básicas, durante el primer semestre de 2023.
El Departamento de Educación y Ciencias Básicas durante el primer semestre de 2023, sirvió un total de 709 cursos transversales, en los que con su participación institucional forma a nuestros tecnólogos y profesionales en el componente de estas áreas que se encuentra en las mallas curriculares de los diferentes programas que son ofrecidos por el ITM, acompañando a través de estas asignaturas a 24653 estudiantes.

Número de estudiantes matriculados en 2023-01 en los diferentes programas del departamento
El Departamento de Educación y Ciencias Básicas de la Institución Universitaria ITM, está compuesto por un programa de pregrado cuyo título académico es “Químico Industrial” y uno de maestría cuyo título académico es “Magister en Ciencias: Innovación en Educación”.

Para el primer semestre de 2023 la maestría contó con un número de seis, 6 estudiantes matriculados; y en el pregrado de *Química Industrial* 88 estudiantes fueron recibidos y matriculados.

Número de Seminarios de Fomento a la Ciencia y la Tecnología desarrollados
El Departamento de Educación y Ciencias Básicas viene desarrollando desde el año 2022, un seminario permanente de divulgación científica el cual se ha denominado *Seminario Permanente CONCIENCI ITM*, en este se han realizado

durante el 2023-01, tres seminarios de divulgación científica y tecnológica, desde los cuales se apoya las labores investigativas y docentes de nuestra planta profesoral.

El martes 28 de febrero se desarrolló la charla correspondiente a *Búsqueda de biomoléculas con potencial actividad anticáncer*, el cual estuvo a cargo de la doctora Sandra Sulay Arango Varela docente del ITM. La segunda charla estuvo a cargo de los docentes M.Sc. Omar Darío Gutiérrez Flórez y la Dra. Paola Andrea Villegas Bolaños, en una charla mixta cuyo tema central giró en torno a *Valorización de biomasa residual asistida con catalizadores naturales*, seminario llevado a cabo el día 30 de marzo.

Nuestro tercer seminario estuvo enfocado a un público más amplio, por lo que buscamos un tema que tuviera mayor impacto en la comunidad estudiantil con el fin de conseguir en ellos una mayor comprensión de los temas expuestos. El tema de esta charla fue *Una mirada a los diferenciales*, orientada por el docente Norberto de Jesús Tabares Ramírez realizada el día 19 de mayo.

Hablando de paradigmas

Por: María de la Mar Bustamante

El siglo XX fue un siglo de transformaciones ideológicas, políticas, éticas, pedagógicas y sociales, un siglo de diversas crisis que condujeron a revoluciones, las cuales han determinado el rumbo del objeto y método de estudio de comunidades disciplinares y científicas. Para comprender la repercusión de estos descubrimientos en la construcción de una visión renovada de mundo, resulta útil recurrir al concepto de paradigma (Kuhn,1962). Se dice que los paradigmas surgen una vez ya los alcances científicos y comprensiones de ese cuerpo de conceptos y teorías son validados, además, una vez se registran las vías para su comprobación. Por ello, generalmente existen libros clásicos en los cuales se consignan y compilan el conjunto de teorías, conceptos y comprensiones de fenómenos, junto con todos los métodos de experimentación, de tal manera que se pueda pasar esta información a las futuras generaciones (Kuhn, 1971). Algunos ejemplos de estos libros clásicos son El Almagesto de Ptolomeo (Siglo II), los Principia de Newton (1687) y Poor Richard's Almanack de Franklin (1732), entre otros.

Sin embargo, existe un momento en el que un paradigma puede imponerse sobre otro paradigma. Las técnicas de experimentación dejan de tener la misma cantidad de partidarios, estos modifican su forma de pensar y se acomodan otro conjunto de teorías, razón por la que el paradigma pierde fuerza, atención y credibilidad. Cuando esto sucede, se habla de una Revolución científica, resultado de crisis que se derivan de fracasos persistentes en la resolución de problemas propios del paradigma (“anomalías”). Un ejemplo de anomalía se reflejó en el cambio propuesto de la mecánica aristotélica a la mecánica clásica.

Reconocer estás crisis y sus implicaciones es fundamental para la interpretación de los fenómenos científicos. Desde el Departamento de Educación y Ciencias Básicas se viene avanzando en el estudio de la historia y la comprensión epistemológica de las revoluciones científicas, bajo la premisa que plantea Matthews, (2017) quien insiste en que la inclusión de reflexiones históricas y epistemológicas en el aula, favorece el aprendizaje de las ciencias en la educación superior. Desde el grupo de estudio de historia y epistemología de la ciencia se espera enriquecer está discusión y promover su presencia en el currículo.

Cuaterniones

Norberto Tabares Ramírez
Ramiro Hoyos Zuluaga

Fue Hamilton quien abrió paso a un nuevo campo de las matemáticas completamente diferente y desconocido a lo tradicionalmente establecido, con su especial teoría de los *cuaterniones*. Pero su aceptación encontró muchos detractores, que sustentaban sus argumentos en las siguientes razones:

i. Los cuaterniones presentaban un rompimiento categórico con el principio de *permanencia de forma*.
ii. Era muy tedioso entender su utilidad y operar con ellos.
iii. Los físicos no sabían qué hacer, mucho menos que interpretación darle a la parte escalar del cuaternión (hipernúmero de dimensión cuatro).

Las primeras publicaciones que sobre los cuaterniones expuso Hamilton, se remontan a la década comprendida entre 1840 y1850, las cuales fueron dadas a conocer en un Magazín Filosófico. En sus artículos, Hamilton plantea su sistema teórico, buscando establecer la relación directa que el observaba existía entre cuaterniones y vectores, tal como lo plasma en la siguiente cita:

> *A causa de la facilidad con la cual la llamada expresión imaginaria, o raíz cuadrada de una cantidad negativa, es construida por una línea recta que tiene dirección en el espacio, y que tiene a x, y, z, como sus tres componentes rectangulares, o proyecciones sobre los tres ejes rectangulares, hemos sido inducidos a llamar a la expresión trinomial en sí misma, línea la cual representa un vector. Un cuaternión está formado de una parte real y un vector. (Crowe, 1985, pág. 31).*

Crowe centra su atención en dos palabras claves sobre este tema: vector y escalar, como lo expresa en uno de los documentos de esta época. Para llamar la atención al respecto, Crowe cita a Hamilton:

> *La parte algebraicamente real puede recibir todos los valores contenidos sobre una escala de progresión de números de lo negativo a lo positivo infinitamente; nosotros llamaremos entonces la parte escalar, o simplemente el escalar del cuaternión, y designaremos este símbolo prefijando, a el símbolo del cuaternión, la característica Scal., o simplemente S., cuando no haya confusión para usar esta última abreviatura. De otro lado, la parte algebraicamente imaginaria, la cual es geométricamente construida por una*

línea recta o radio vector. En general, un cuaternión tiene una determinada longitud y dirección en el espacio, puede ser llamada la parte vector, o simplemente vector del cuaternión; y puede ser denotada prefijando la característica Vect, o $\vec{V}$. (Crowe, 1985, págs. 31-32).

Para Hamilton lo más interesante del asunto en cuestión, era poder interpretar geométricamente las operaciones posibles que se podían aplicar a los cuaterniones. Para ello, usó la representación del plano de Argand, sabiendo que $\sqrt{-1}$, actúa a la manera de un operador rotacional para 90°, y que, el producto por un número complejo producía una rotación de un ángulo; Lo genial fue como Hamilton extiende tales ideas al espacio, a $\mathbb{R}^3$.

Para 1843 cuando Hamilton incorporó a los hipernúmeros, a los cuales llamó Cuaterniones, se debieron tener en cuenta dos consideraciones.

1. Los nuevos números (hipernúmeros) poseen cuatro componentes.
2. Para darles un uso exacto y matemáticamente con aceptación rigurosa, estos números tendrán la obligación de abandonar el principio de permanencia de forma, porque estos “nuevos números” no cumplían la ley conmutativa de la multiplicación.

Ubicándonos históticamente en la aparición y desarrollo de los cuaterniones, se tiene que antes de estos conceptos matematizados por Hamilton, se suponía que la ley conmutativa era una regla implícita a todos los sistemas algebraicos conocidos; con esta propuesta hamiltoniana, se dio paso a una nueva perspectiva del álgebra moderna. Lo que propició un álgebra que amplió el universo algebraíco a aquellas algebras cuyas operaciones no cumplen las propiedades de las cuatro operaciones de la aritmética básica. Como consecuencia de esta ampliación, introducida por la aparición de los cuaterniones, se obtendrán distintas y nuevas álgebras, cada una con sus propias reglas, propiedades, símbolos propios y ecuaciones necesarias para su desarrollo. Por ejemplo, el inglés Arthur Cayley (1821-1895) en 1858, publicó unos trabajos novedosos sobre la *Teoría de Transformaciones*, que para su desarrollo rompe también con el principio de permanencia, mostrando como la multiplicación de matrices no es conmutativo, veamos:

Sea $T_1 \;\; y \;\; T_2$ dos transformaciones definidas de la siguiente manera:

$$T_1 = \begin{cases} u = & ax_1 + & by_1 \\ v = & cx_1 + & dy_1 \end{cases}$$

$$T_2 = \begin{cases} w = & ex_2 + & fy_2 \\ m = & gx_2 + & hy_2 \end{cases}$$

Usando la composición tenemos:

$$T_2T_1 = \begin{cases} w = & (ea+fc)x_1 + & (eb+fd)y_1 \\ m = & (ga+hc)x_1 + & (gb+hd)y_1 \end{cases}$$

Pero si invertimos las transformaciones:

$$T_2 = \begin{cases} u = & ex_1 + & fy_1 \\ v = & gx_1 + & hy_1 \end{cases}$$

$$T_1 = \begin{cases} w = & ax_2 + & by_2 \\ m = & cx_2 + & dy_2 \end{cases}$$

Su composición da:

$$T_1T_2 = \begin{cases} w = & (ae+bg)x_1 + & (af+bh)y_1 \\ m = & (ce+dg)x_1 + & (cf+dh)y_1 \end{cases}$$

Como podemos ver, $T_2T_1 \neq T_1T_2$, que en la teoría de matrices tendríamos:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ea+fc & eb+fd \\ ga+hc & gb+hd \end{pmatrix}$$

Como se observa el producto de dos matrices no es conmutativo. Así las cosas, estamos frente a un momento histórico en el que aparecen diversas álgebras abstractas, como los son: *los Cuaterniones, la teoría de extensiones, la teoría de matrices y el álgebra de Boole*, entre otras aquí no mencionadas.

Hamilton definió un cuaternión como un elemento de la forma $a + bi + cj + dk$, donde a, b, c, d son números reales, i, j, k son tres números imaginarios que cumplen las siguientes reglas de multiplicación: $ij = k, jk = i, ki = j, ji = -k, kj = -i, ik = -j, i^2 = j^2 = k^2 = -1$. En 1846 Hamilton publica un artículo en el cual introduce los términos escalar y vector, allí se refiere a la parte real del cuaternión (a) y la parte imaginaria del mismo ($bi + cj + dk$). Con esta identificación, es importante tener en cuenta que al multiplicar las partes imaginaras de dos cuaterniones, se tiene que la parte escalar de este nuevo cuaternión es el negativo del producto escalar, y la parte vectorial como el producto vectorial.

Un cuaternión es pues, un operador que hace rotar a un vector en estudio alrededor de un eje dado en el espacio, y luego aplica una homotecia (estirara o contrae al vector). Para ello, se necesitaban dos parámetros (dos ángulos) con los que se fija el eje de rotación; un tercer parámetro que permite determinar un ángulo de rotación y por último un cuarto parámetro homotésico, que permite alargamiento o contracción del vector. La anterior razón, llevó a emplear la palabra ***cuater*** porque define un grupo de rotación en el espacio; que constituyen un universo de dimensión cuatro, cuya base la conforma por el conjunto: $\{1, i, j, k\}$, donde:

1: $es\ un\ complejo\ ordinario.$

$\boldsymbol{i}$: $Primer\ complejo\ puro\ rota\ {}^{1}/_{4}\ de\ vuelta.$

$\boldsymbol{j}$: $Segundo\ complejo\ puro\ rota\ {}^{1}/_{4}\ de\ vuelta.$

$\boldsymbol{k}$: $Tercer\ complejo\ puro\ rota\ {}^{1}/_{4}\ de\ vuelta.$

Para Hamilton sumar y restar cuaterniones era algo que no tenía ninguna dificultad, pero cuando buscaba definir el desarrollo del producto entre ellos, se daba cuenta que estos no conservaban las propiedades conocidas de los números complejos. Hamilton no sabía cómo simplificar los términos ij, en ocasiones pensó en establecer $ij = 0$, como lo manifestó en una de sus publicaciones:

> *Por momentos me he visto tentado en considerar $ij = 0$. Pero me resulta extraño e incomodo, y me percaté de que la misma supresión del término mismo no deseado, podría obtenerse asumiendo algo que parecía menos violento, es decir, que $ij = -ji$. De este modo consideré que $ij = k$, $ji = -k$, reservándome la consideración de si era nulo o no.*

De igual manera en general, se denotará un vector usando una flecha en la parte superior de una letra cualquiera, por ejemplo, el vector v se notará $\vec{v}$. En el caso del producto punto o producto escalar entre vectores; se usará la notación $\vec{v} \cdot \vec{w}$ y para el producto vectorial o cruz se usará la notación $\vec{v} \times \vec{w}$.

Hamilton publica en 1844 la teoría de los cuaterniones, nombre que reciben sus números por ser cuatrodimensionales, creando así un sistema que respeta el conjunto de reglas prescritas por el principio de permanencia con la sola excepción de la conmutatividad para la multiplicación, convirtiéndose así en una extensión de los números complejos. Los cuaterniones son entonces, una extensión generada

añadiendo las unidades imaginarias i, j, k a los números reales tal que se cumple que $i^2 = j^2 = k^2 = -1$ (ver tabla de Cayley)

Los números $1, i, j, k$ son las bases de las componentes de los cauterniones. Un cuaternión es entonces un arreglo 4-dimensional tal que $X = (a, b, c, d)$ equivalentemente, se tiene que $X = a + bi + cj + dk$, donde a, b, c, d son números reales únicos por cada cuaternión. Se puede entonces escribir que el conjunto de cuaterniones es:

$$\mathfrak{R}^4 : \{\mathrm{a} + \mathrm{bi} + \mathrm{cj} + \mathrm{dk} : \mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}, \mathrm{d} \in \mathfrak{R}\}$$

Con base en lo aquí expuesto y con base en lo propuesto por Hamilton, el producto entre cuaterniones se realiza componente a componente, y está dado en su forma completa por:

$$\mathrm{xy} = (\mathrm{a}_1\mathrm{b}_1 - \mathrm{a}_2\mathrm{b}_2 - \mathrm{a}_3\mathrm{b}_3 - \mathrm{a}_4\mathrm{b}_4)\mathrm{i} + (\mathrm{a}_1\mathrm{b}_2 + \mathrm{a}_2\mathrm{b}_1 + \mathrm{a}_3\mathrm{b}_4 - \mathrm{a}_4\mathrm{b}_3)\mathrm{j} + (\mathrm{a}_1\mathrm{b}_3 - \mathrm{a}_2\mathrm{b}_4 + \mathrm{a}_3\mathrm{b}_1 - \mathrm{a}_4\mathrm{b}_2)\mathrm{k}$$

Esta operación da como resultados el negativo del producto escalar y el producto vectorial. Como podemos observar, los cuaterniones permitieron ampliar ciertas fronteras del conocimiento y derribar paradigmas existentes hasta la época sobre aplicaciones y conceptos de las matemáticas con sus vertientes y aplicaciones en la física.

Adaptación

Zea Saldarriaga, C. A. (2013). La instauración histórica de la noción de vector como concepto matemático [Tesis de maestría, Maestría en educación con énfasis en educación matemática-Universidad del Valle]. Funes-Repositorio Digital de Documentos en Educación Matemática, MEN. Código ID 11564